ФИО студента ______________________________

Контрольная работа 30.11.2015.

Вариант 1.

1. Являются ли (и почему) вполне упорядоченными следующие множества:

а) Множество $\{x \in \mathbb{Q} \mid x \geq 0\}$ неотрицательных рациональных чисел с их естественным порядком?

б) Множество чисел вида $2^{-n} + 2^{-n-m}$, где $n \in \omega$, с обычным порядком $\leq$?

в) Множество чисел вида $-2^{-n} - 2^{-n-m}$, где $n, m \in \omega$, с обычным порядком $\leq$?

2. Доказать, что если x — вполне упорядоченное множество, то у каждого элемента множества x, кроме наибольшего, есть непосредственно следующий за ним элемент.

3. Какому ординалу изоморфно вполне упорядоченное множество из первой задачи?

4. Доказать, что для любого множества ординалов s существует ординал m, больший любого из элементов s. (Подсказка: $\bigcup s + 1$).

Вариант 2.

ФИО студента ____

Контрольная работа 30.11.2015.

1. Являются ли (и почему) вполне упорядоченными следующие множества:

а) Множество $\{x \in \mathbb{R} \mid x \geq 0\}$ неотрицательных действительных чисел с их естественным порядком?

б) Множество чисел вида $\frac{1}{n}$, где $1 < n < \omega$, с обычным порядком $\leq$?

в) Объединение множества $\{0\}$ и множества чисел вида $-\frac{1}{n}$, где $1 < n < \omega$, с обычным порядком $\leq$?

2. Доказать, что всякое подмножество вполне упорядоченного множества вполне упорядочено.

3. Какому ординалу изоморфно вполне упорядоченное множество из первой задачи?

4. Доказать, среди ординалов, *не принадлежащих* любому множеству ординалов s, существует наименьший. (Подсказка: не существует множества всех ординалов, из которых можно было бы вычесть s и в получившемся множестве найти наименьший элемент. Но существует ординал $\bigcup s + 1$...)