

---

---

## ЛЕКЦИЯ 10

---

# ЯДЕРНЫЕ МОДЕЛИ. РАДИОАКТИВНОСТЬ

В прошлый раз мы начали изучать квантовую систему «ядро». В нем работает протон-нейтронная модель ядра. Плотность этого вещества —  $10^{12} \text{г/см}^3$ . Спин протонов и нейтронов равен  $\frac{1}{2}$ , поэтому они — фермионы. Сила взаимодействия не зависит от заряда, радиус действия этих сил меньше радиуса ядра, поэтому имеет место эффект насыщения.

Энергия связи:

$$B_{\text{св}} = (Nm_n + Zm_p - M_{\text{я}})c^2.$$

Массу ядра можно точно измерить с помощью масс-спектрометра.

Если посмотреть удельную энергию связи, то наиболее устойчивым будет при  $Z = 50$ . Тогда есть два пути с выделению ядерной энергии — термоядерный синтез и деление (см. рис. 10.1).

$B \propto A$ , это и означает, что из-за эффекта насыщения пропорциональность не квадратичная, а линейная. Это значит, что радиус взаимодействия ядерных сил меньше размера ядра.

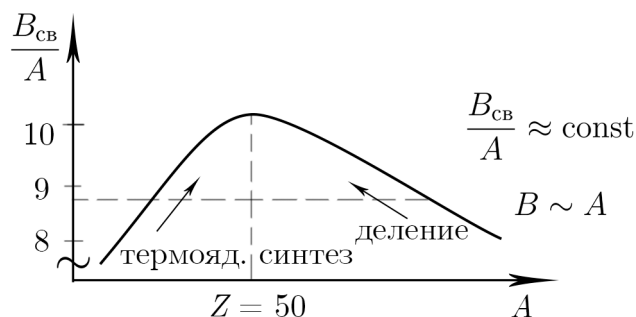


Рис. 10.1

Размер ядра мы оценивали по тому пути, насколько далеко может залететь альфа-частица при рассеянии на ядре.



Измерено распределение заряда в ядре и оно оказывается вначале постоянным, а затем спадает. Этот спад называется **диффузным краем**. Распределение протонов и нейтронов примерно одинаковые, потому что ядерные силы гораздо более сильные, чем кулоновские.

Радиусом ядра называют радиус эффективной сферы, масса которой равна массе ядра.  $R_{\text{я}} = 1,25 \text{ \AA}^{\frac{1}{3}} * 10^{-13}$  см. Единица  $10^{-13}$  см = 1 Фм — один Ферми, а в системе СИ — это 1 фм, фемтометр.

Мы выяснили, что ядерные силы возникают за счет обмена носителями взаимодействия — пионами. А комптоновская длина волны этих частиц равняется радиусу взаимодействия.

Нас интересует, как образуется основное состояние, а также — какие бывают возбужденные состояния. Вроде бы, никаких ограничений на количество частиц нет, можно сделать 100 нейтронов и один протон, или наоборот. Но в природе оказывается совсем не так.

Если нарисовать график зависимости количества нейтронов от заряда, получится такая картина: вначале количества протонов и нейтронов примерно одинаковые, а потом — нейтронов становится в полтора раза больше. Это абсолютно устойчивые ядра. Но если уйти в сторону, то получится, что время жизни  $T_{\frac{1}{2}}$  равно ядерному времени, т. е. они не успевают сталкиваться.

$$T_{\frac{1}{2}} \simeq \tau_{\text{яд}} = \frac{R_{\text{яд}}}{c} \sim 10^{-22} \text{ с.}$$

Верхняя линия — граница нейтронной стабильности, нижняя — протонной. Между ними — долина стабильности (см. рис. 10.2).

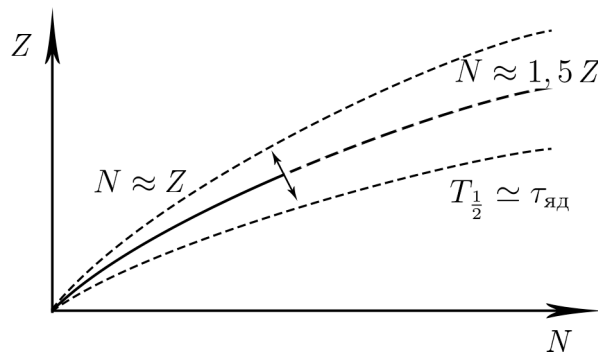


Рис. 10.2

Если нарисовать сечение в зависимости от обратного периода полураспада, то получится, что как только мы уходим от нашего сечения, то должен произойти бета-распад, и ядро вернется в то же состояние.

Эта чаша называется долиной бета-стабильности (см. рис. 10.3).

Мы нарисовали основное состояние ядра, теперь его нужно обосновать. Применяется капельная модель. Ядро представляет собой каплю ядерного вещества. То есть это конечная Ферми-система. Фермионов конечное число и они занимают объем, соответствующий размеру ядра.

Рассчитаем энергию связи такой системы.



**!** Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

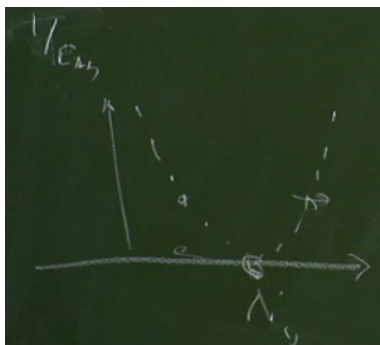


Рис. 10.3

Понятно, что при добавлении нуклона энергия увеличивается:

$$E_v = a_v A.$$

Но так как это жидкость, то есть поверхностная энергия:

$$E_s = -a_s A^{2/3} (\propto R^2).$$

Но поскольку капля заряженная, то есть еще кулоновская энергия:

$$E_k = -a_k \frac{Z^2}{A^{1/3}}.$$

Это все классика.

Теперь пойдем, какие квантовые эффекты появляются.

Протоны и нейтроны образуют разные группы фермионов — говорят, что образуются две ядерные жидкости.

Потенциальная яма ядерного взаимодействия. Слева будет заполнять протонами, а справа — нейтронами (см. рис. 10.4).

Если протонов больше, то это энергетически не выгодно, а выгодно сделать распад на нейтрон. Тогда получится равенство частиц  $N = Z$ .

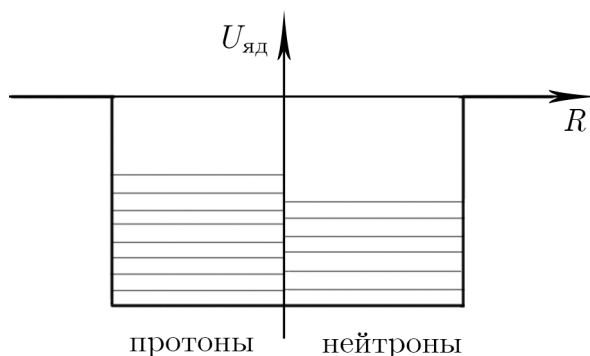


Рис. 10.4

Но есть еще более тяжелые ядра, у которых количество нейтронов больше. На самом деле к протонному потенциалу надо добавить, а точнее вычесть, кулоновский потенциал

**!** Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)

(см. рис. 10.5). За счет этого уровень потенциала сдвигается и оказывается, что выгоднее образовываться нейтронам. При малых  $Z$  этот эффект маленький.

Должна быть симметрия относительно числа нейтронов и протонов:

$$E_{\text{сим}} = -a_c \frac{(N - Z)^2}{A}$$

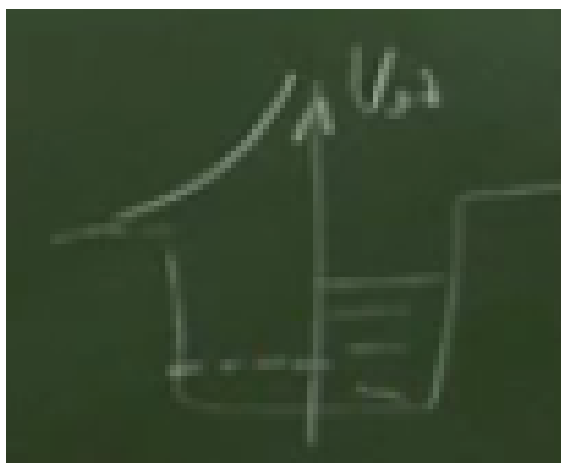


Рис. 10.5

Есть еще один эффект, который дает некоторые аномалии. Например более устойчивы те ядра, число нуклонов в которых четно (четное количество и протонов и нейтронов). Это связано с тем, что нуклоны спариваются и понижают уровень энергии. Это называется **эффект спаривания**.

$$E_{\text{спар}} = -a_{\text{спар}} \frac{\delta}{A^{\frac{3}{4}}},$$

$$\delta = \begin{cases} +1 & \text{неч-неч} \\ 0 & \text{неч-чет} \\ -1 & \text{чет-чет.} \end{cases}$$

Это все квантовые эффекты.

Для того, чтобы найти энергию ядра надо сложить все пять членов. Это называется **формула Вайцеккера**. Но коэффициенты мы не знаем. Известны уровни энергии для примерно 2000 ядер. Коэффициенты просто оптимизируют, чтобы получилась наилучшая подгонка. Поэтому эти коэффициенты в разных источниках могут быть разные.

Уровни ядерной энергии должны заполняться также, как и электроны в атоме, т. к. тоже фермионы. А для атомов, мы знаем, что есть магические числа — 2, 10, 18, 36 и т. д., которые соответствуют наиболее инертным газам и связаны с заполнением оболочки. В ядрах тоже получается оболочечная структура. В ядре существуют такие магические числа: 2, 8, 20, 28, 50, 82, 126. Неважно, к чему они относятся — протонам или нейтронам. Например:  ${}^4_2\text{He}$ ,  ${}^{16}_8\text{O}$ ,  ${}^{40}_{20}\text{Ca}$ ,  ${}^{48}_{20}\text{Ca}$  — это дважды магические числа (и по числу протонов, и по числу нейтронов).

Описать эти числа можно только с помощью введения ядерного потенциала. В ядре имеются протоны и нейтроны. Надо понять, какой потенциал образуют для данной

**!** Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

частицы все остальные нуклоны. Но они могут располагаться совершенно по-разному, поэтому кажется, что решить эту задачу невозможно.

Но потом поняли, что факт, что нет устойчивого потенциала, в котором движется ядро — неверный. Пусть в яме есть нуклон, который начинает двигаться. Но он не может перейти на другие уровни, потому что они заняты. Возможны только упругие столкновения. То есть несмотря на движение нет изменения потенциала, а значит, можно ввести ядерный потенциал.

Попробуем получить эти самые магические числа.

Потенциал должен быть пропорционален плотности, т. к. жидкость несжимаемая. Но за счет того, что радиус взаимодействия меньше, чем радиус ядра, то получится такой потенциал (см. рис. 10.6). Этот потенциал похож на осцилляторный потенциал, который имеет свои уровни. Так была создана оболочечная однонуклонная модель ядра. Один нуклон движется в поле других.

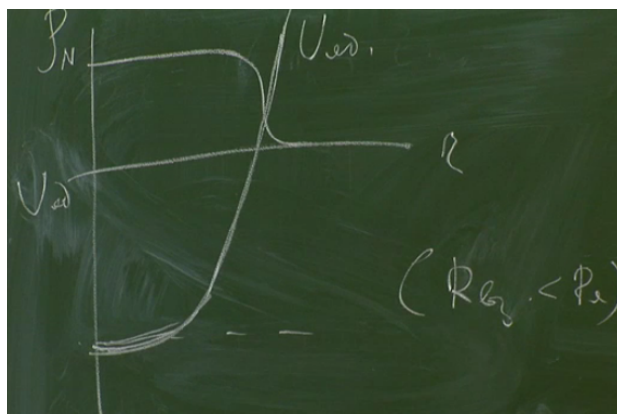


Рис. 10.6

Потенциал:

$$U_{\text{яд}} = -U_0 + \frac{1}{2}M\omega^2 r.$$

Тогда поскольку потенциал трехмерный и сферически симметричный, то:

$$E_N(3D) = \hbar\omega(N + \frac{3}{2}) - U_0.$$

Получаются эквидистантные уровни (см. рис. 10.7).

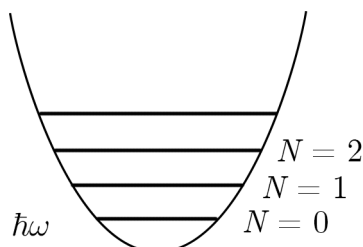


Рис. 10.7

$$N = n_x + n_y + n_z = 0, 1, 2, 3 \dots$$

**!** Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)



Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

— уровни по разным направлениям. Но может быть еще орбитальное движение.

Волновые функции выглядят следующим образом (см. рис. 10.8). Они будут симметричные или антисимметричные. Симметрия волновой функции:

$$P = (-1)^l.$$

Не все  $l$  могут быть при данном  $n$ .

$$N = 0 \rightarrow l = 0,$$

$$N = 1 \rightarrow l = 1,$$

$$N = 2 \rightarrow l = 0, 2,$$

$$N = 3 \rightarrow l = 1, 3.$$

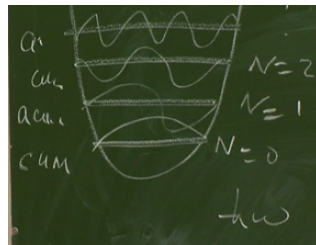


Рис. 10.8

Изобразим уровни (см. рис. 10.9). В связи с четностью, они будут отличаться от атомных уровней. Здесь первое число показывает, какой раз появляется данное состояние.

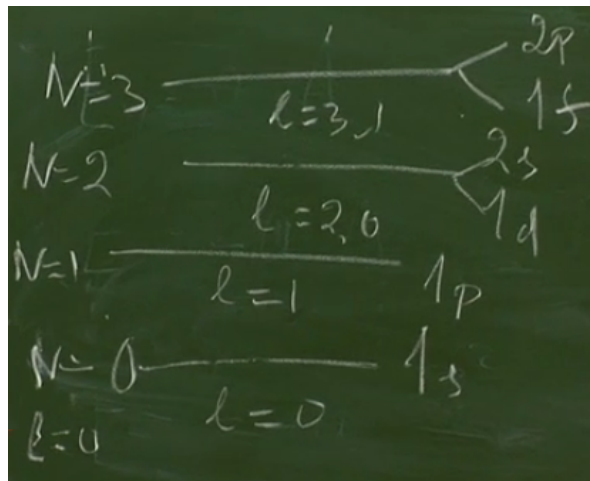


Рис. 10.9

Вот мы и получили магические числа.

Теперь понятно, что при  $N = 0$  мы можем получить гелий, при  $N = 1$  — кислород и т. д (см. рис. 10.10). Ясно также, какую энергии нужно сообщить нуклону чтобы выбить его из ядра.

Если нуклон перейдет на другой уровень, то получится возбуждение.



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)

**!** Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

$N$	$n_x$	$n_y$	$n_z$	число состояний в оболочке	$\sum N$
0	0	0	0	1*2	2
1	1	0	0	3*2=6	8
1	0	1	0		
1	0	0	1		
2	2	0	0	6*2=12	20
2	0	2	0		
2	0	0	2		
2	1	1	0		
2	0	1	1		
2	1	0	1		

Таблица 10.1

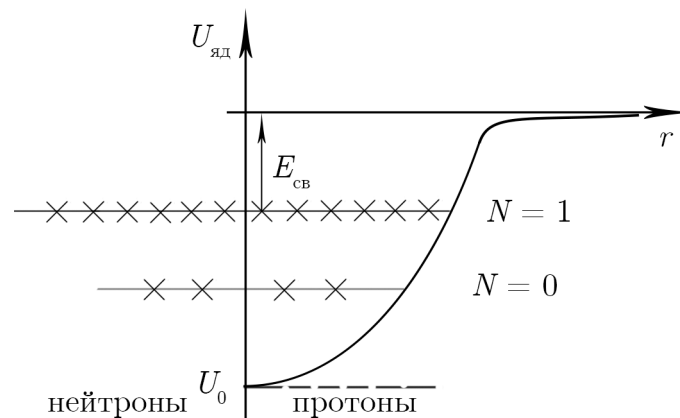


Рис. 10.10

Поскольку это модель капли, то могут быть поверхностные волны, которые тоже считают и находят энергию. Это тоже вид возбуждения.

Если все протоны уйдут в одну сторону, а нейтроны — в другую, то они будут стремиться схлопнуться обратно, а такая энергия называется гигантским резонансом.

Могут быть колебания формы, когда капля вытягивается, а потом опять становится сферически симметричной.

Есть долина ядерной стабильности. Теперь добавим к конкретному ядру еще нейтрон. Тогда оно станет радиоактивным и будет стремиться возвратиться в долину стабильности. Радиоактивные — значит, что распадаются со временем.

Введем некоторые определения.

То, что находится в природе (например радон) — это **естественная радиоактивность**. А существует еще и **искусственная радиоактивность**.

Пусть есть среднее число распадов в секунду:

$$d\bar{N} = -\lambda N dt,$$

где  $\lambda$  — это константа распада, характерная для данного ядра.

$N = N_0 e^{-\lambda t}$  — это сколько будет всего.

**!** Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)



*Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).*

Активность называется количество распадов в единицу времени:

$$A = \left| \frac{dN}{dT} \right| = \lambda N.$$

Для одной частицы мы можем написать только вероятность распада:

$$P(t) = A e^{-\lambda t}.$$

Но когда-нибудь точно произойдет распад, поэтому:

$$1 = \int_0^{\infty} t P(t) dt = A \int_0^{\infty} e^{-\lambda t} dt = \frac{A}{\lambda},$$

$$A = \lambda.$$

Обычно используют период полураспада:

$$\frac{N_0}{2} = N_0 e^{-\lambda T_{\frac{1}{2}}},$$

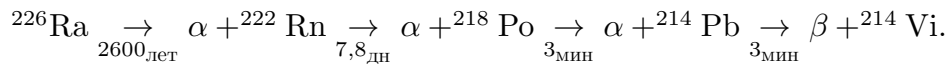
$$T_{\frac{1}{2}} = \frac{\ln 2}{\lambda} \approx \frac{0,7}{\lambda}.$$

Еще есть среднее время жизни:

$$\tau_{\frac{1}{2}} = \frac{1}{\lambda} \simeq 1,5 T_{\frac{1}{2}}.$$

Теперь посмотрим законы радиоактивного распада.

Ядро, находящееся не в долине стабильности, может не сразу перейти в долину, а путем последовательных распадов.



Получается очень длинная цепочка. Но период полураспада радия очень большой, можно считать, что он не истощается.

Раньше, брали радий в бутылке, ставили пластинку, на которую осаждался радон, и получался источник альфа-излучения.

Опишем двухстадийный процесс распада.

$$\frac{dN_1}{dt} = -\lambda_1 N_1(t).$$

$N_1$  — это родительское ядро (радиоактивное).

$$\frac{dN_2}{dt} = \lambda_1 N_1(t) - \lambda_2 N_2(t)$$

— распад образовавшихся ядер.

Пусть теперь  $\lambda_1 \gg \lambda_2$ , это соответствует случаю радия. Тогда:

$$\lambda_1 N_1 = \lambda_2 N_2$$

— все, что появляется, тут же распадается. Это называется **вековое уравнение**.

Изобразим разные виды активности — жестких гамма-квантов, электронов ( $\beta$ -распад),  $\alpha$ -распад (см. рис. 10.11).



*Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)*





Конспект не проходил проф. редактуру, создан студентами и, возможно, содержит смысловые ошибки. Следите за обновлениями на [lectoriy.mipt.ru](http://lectoriy.mipt.ru).

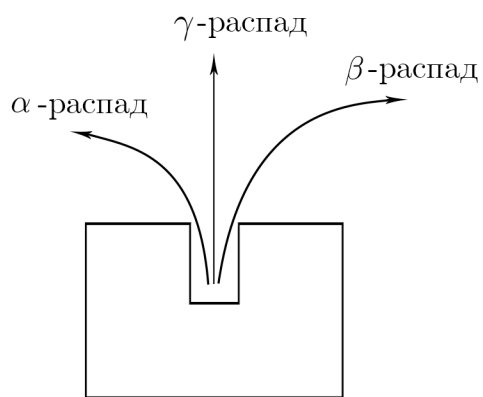


Рис. 10.11



Для подготовки к экзаменам пользуйтесь учебной литературой. Об обнаруженных неточностях и замечаниях просьба писать на [pulsar@phystech.edu](mailto:pulsar@phystech.edu)