ЛЕКЦИЯ 13

ИЗЛУЧЕНИЕ. ЧАСТЬ 1

1. Излучение точечного источника, нескольких зарядов и непрерывного распределения зарядов. Запаздывающие потенициалы

Рассмотрим электромагнитное поле в случае, когда плотность зарядов и плотность тока зависят от времени. Тогда получим следующие уравнения:

$$\begin{cases} \Box\phi = -4\pi\rho(\vec{r},t), \\ \Box\vec{j} = -\dfrac{4\pi}{c}\vec{j}(\vec{r},t). \end{cases} \tag{13.1}$$

Выражения для напряженности электрического и магнитного поля по-прежнему имеют вид:

$$\vec{H} = \operatorname{rot}\vec{A}, \qquad \vec{E} = -\vec{\nabla}\phi - \frac{1}{c}\frac{\partial\vec{A}}{\partial t}.$$

Также должно выполняться условие Лоренца:

$$\operatorname{div}\vec{A} + \frac{1}{c}\frac{\partial\phi}{\partial t} = 0.$$

В данном случае, в отличие от вакуума, потенциал ϕ нельзя обратить в ноль, поскольку, согласно (13.1), оператор Д'Аламбера скалярного потенциала не равен нулю.

Рассмотрим решение этих уравнений для точечного заряда. Используя интегралы Фурье, данную задачу можно решать строго математически. Однако мы вначале получим решение из физических соображений, а затем проверим, удовлетворяет ли оно выбранным соотношениям.

Пусть существует некоторый точечный заряд $\delta e(t)$ (см. рис. 13.1). В этом случае на расстоянии $R > 0$ (то есть вне заряда) любую из компонент 4-вектора A^i можно записать следующим образом:

$$\psi = \psi(\vec{r},t),$$

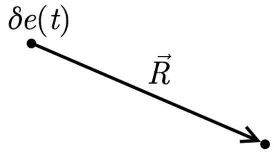

Рис. 13.1

где ψ — одна из этих компонент.

В этом случае при $R > 0$ выполняется следующее соотношение:

$$\Box\psi = 0. \tag{13.2}$$

По определению, оператор Д'Аламбера равен

$$\Box = \Delta - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2}{\partial t^2}. \tag{13.3}$$

Так как заряд считается точечным источником, то задача является сферически симметричной. Соответственно, решение зависит только от $|R|$ и не зависит от углов.

В сферической системе координат оператор Лапласа состоит из двух частей — радиальной и угловой.

$$\Delta = \frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R^2\frac{\partial}{\partial R}\right) + \frac{1}{R^2}\Delta_{\theta,\phi}, \tag{13.4}$$

где $\frac{1}{R^2}\Delta_{\theta,\phi}$ — угловая часть Лапласиана.

Угловая часть оператора Лапласа зависит от частных производных по ϕ и по θ. Поскольку задача центрально-симметричная, можно убрать угловую часть оператора Лапласа из рассмотрения.

При нахождении $\Delta\psi$ удобно представить функцию ψ в следующем виде:

$$\psi = \frac{U(R,t)}{R}.$$

Тогда, согласно (13.4):

$$\Delta\psi = \frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left\{R^2\left(\frac{1}{R}\frac{\partial U}{\partial R} - \frac{1}{R^2}U\right)\right\} = \frac{1}{R^2}\frac{\partial}{\partial R}\left(R\frac{\partial U}{\partial R} - U\right) =$$
$$= \frac{1}{R^2}\left(R\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} + \frac{\partial U}{\partial R} - \frac{\partial U}{\partial R}\right) = \frac{1}{R}\frac{\partial^2 U}{\partial R^2}.$$

Следовательно, согласно определению оператора Д'Аламбера (13.3), выражение (13.2) примет вид:

$$\Box\psi = \frac{1}{R}\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} - \frac{1}{c^2}\frac{1}{R}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0.$$

Сократив на R, получим, фактически, уравнение для одномерного случая:

$$\frac{\partial^2 U}{\partial R^2} - \frac{1}{c^2}\frac{\partial^2 U}{\partial t^2} = 0.$$

Общее решение этого уравнения было получено на предыдущей лекции — оно представляет собой сумму двух волн, распространяющихся в положительном и отрицательном направлении оси x со скоростью c.

$$U(R,t) = f(R-ct) + f_1(R+ct).$$

Положив, что волна распространяется от некоторой начальной координаты R_0, получим:

$$R_0 = R - ct \quad \Rightarrow \quad R = R_0 + ct,$$

следовательно, волна, соответствующая функции f, распространяется наружу (от центра). Таким образом, функция f_1 соответствует волне, распространяющейся к центру.

Для нахождения излучения от переменных зарядов и токов, распространяющегося наружу, необходимо пользоваться только функцией f. Это требование называется **условием излучения**.

Функцию ψ удобно рассматривать в следующем виде:

$$\psi(R,t) = \frac{f\left(t - \frac{R}{c}\right)}{R}, \tag{13.5}$$

однако функция f пока неизвестна.

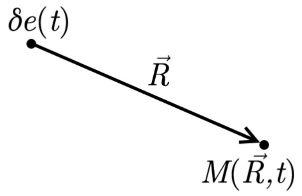

Рис. 13.2

Попробуем определить вид функции f. Рассмотрим уравнение (13.1) для скалярного потенциала. Найдем значение потенциала точечного заряда $\delta e(t)$ в точке M, находящейся на расстоянии R от точечного заряда (см. рис. 13.2).

Предположим, что заряд δe не зависит от времени, тогда

$$\phi = \frac{\delta e}{R}.$$

Предположим теперь, что расстояние R таково, что время распространения сигнала значительно меньше характерного времени изменения заряда

$$\frac{R}{c} \ll \frac{T}{2\pi}.$$

В этом случае

$$\phi(R,t) \simeq \frac{\delta e(t)}{R}.$$

Решение в вакууме должно иметь вид (13.5), следовательно, пренебрегая временем распространения сигнала R/c, решение для одного заряда примет вид:

$$\phi(R,t) = \frac{\delta e\left(t - \frac{R}{c}\right)}{R}.$$

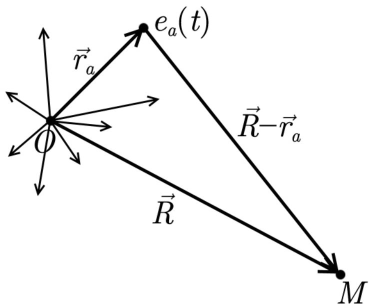

Рис. 13.3

Пусть теперь существует система зарядов (см. рис. 13.3). Выберем внутри них начало координат O, а расстояние до точки наблюдения M будет соответствовать вектору $\vec{R}$. Расстояние от начала координат до a-ого заряда обозначим $\vec{r}_a(t)$, поскольку заряд может двигаться.

Тогда для системы зарядов потенциал примет вид:

$$\phi(\vec{R},t) = \sum_a \frac{e_a\left(t - \frac{|\vec{R}-\vec{r}_a|}{c}\right)}{|\vec{R}-\vec{r}_a(t)|}.$$

Если заряды распределены равномерно с плотностью ρ в некотором объеме V, то

$$\phi(\vec{R},t) = \iiint \frac{\rho\left(\vec{r}, t - \frac{|\vec{R}-\vec{r}|}{c}\right)}{|\vec{R}-\vec{r}|} d^3r. \tag{13.6}$$

Учитывая, что $e_a\vec{v} = \vec{j}$, можем аналогично записать выражение для вектор-потенциала:

$$\vec{A}(\vec{R},t) = \frac{1}{c}\iiint \frac{\vec{j}\left(\vec{r}, t - \frac{|\vec{R}-\vec{r}|}{c}\right)}{|\vec{R}-\vec{r}|} d^3r. \tag{13.7}$$

Решение (13.6) – (13.7) — решение в виде **запаздывающих потенциалов**, поскольку значение потенциалов $\phi(t), \vec{A}(t)$ в точке наблюдения определяется зарядами и токами не в тот же момент времени t, а с учетом времени распространения сигналов от различных зарядов.

При рассмотрении уравнений Максвелла было показано, что они обратимы по времени, а решение (13.6) – (13.7), очевидно, не обратимо по времени. Однако общая обратимость по времени сохраняется, поскольку, наряду с запаздывающими потенциалами, решением являются и **опережающие потенциалы**, которые могут быть получены с помощью расходящейся волны $f_1(R+ct)$.

$$\phi(\vec{R},t) = \iiint \frac{\rho\left(\vec{r}, t + \frac{|\vec{R}-\vec{r}|}{c}\right)}{|\vec{R}-\vec{r}|} d^3r,$$

$$\vec{A}(\vec{R},t) = \frac{1}{c}\iiint \frac{\vec{j}\left(\vec{r}, t + \frac{|\vec{R}-\vec{r}|}{c}\right)}{|\vec{R}-\vec{r}|} d^3r.$$

При рассмотрении задачи об излучении, согласно условию излучения, необходимо пользоваться именно запаздывающими потенциалами.

2. Дипольное приближение, условия дипольного приближения. Зоны излучения. Интенсивность дипольного излучения

Рассмотрим эти потенциалы на большом расстоянии. Пусть система зарядов имеет характерный размер a, и пусть точка наблюдения M находится на расстоянии R, которое

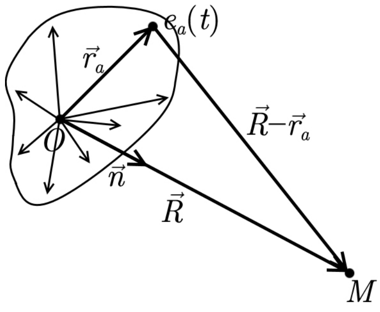

Рис. 13.4

значительно больше a (см. рис. 13.4).

$$R \gg a.$$

В этом случае в выражении для запаздывающего векторного потенциала (13.7) значением $\vec{r}$ можно пренебречь, поэтому:

$$\vec{A}(\vec{R},t) \simeq \frac{1}{cR} \iiint \vec{j}\left(\vec{r}, t - \frac{|\vec{R}-\vec{r}|}{c}\right) d^3r. \tag{13.8}$$

В знаменателе (13.7) значением $\vec{r}$ можно было пренебречь, поскольку знаменатель — явная функция $\vec{r}$. Явный вид функции $\vec{j}$ неизвестен, поэтому не ясно, можно ли пренебречь $\vec{r}$ в аргументе функции $\vec{j}$.

$$|\vec{R}-\vec{r}| = \sqrt{(\vec{R}-\vec{r})^2} = \sqrt{\vec{R}^2 - 2\vec{R}\vec{r} + \vec{r}^2} \simeq R\left(1 - \frac{\vec{R}\vec{r}}{R^2}\right) = R - \vec{r}\vec{n},$$

где $\vec{n}$ — единичный вектор в направлении точки наблюдения.

В этом случае

$$t - \frac{|\vec{R}-\vec{r}|}{c} = t - \frac{R}{c} + \frac{\vec{r}\vec{n}}{c}, \tag{13.9}$$

причем $t - \frac{R}{c}$ — постоянная величина, взятая от начала координат к точке наблюдения, а по оставшемуся слагаемому (13.9) надо интегрировать.

По порядку величины

$$\frac{\vec{r}\vec{n}}{c} \simeq \frac{a}{c}.$$

Казалось бы, если $R \gg a$, то последним слагаемым в (13.9) можно пренебречь. Рассмотрим следующий пример:

Пример 22 Пусть есть некоторая функция $g(t)$ такая, что

$$g(t) = \sin \omega (T + \delta t), \qquad T \gg \delta t.$$

В этом случае δt пренебречь нельзя. Пусть, например

$$\omega\,\delta t = \pi \quad \Rightarrow \quad g = \sin\left(\omega t + \pi\right) = -\sin\left(\omega t\right),$$
$$\omega\,\delta t = \frac{\pi}{2} \quad \Rightarrow \quad g = \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2}\right) = \cos\left(\omega t\right).$$

Таким образом, величиной $\omega\,\delta t$ можно пренебречь, если

$$\omega\,\delta t \ll 1.$$

В нашем случае, последним слагаемым в (13.9) можно пренебречь, если

$$\frac{a}{c} \ll \frac{T}{2\pi}, \tag{13.10}$$

где a/c — время прохождения сигнала через систему.

В этом случае выражение для векторного потенциала (13.8) примет вид:

$$\vec{A}(\vec{R}, t) = \frac{1}{Rc} \iiint \ \vec{j}\left(\vec{r}, t - \frac{R}{c}\right) d^3 r. \tag{13.11}$$

Задача облегчается, поскольку в этом случае, в отличие от выражения (13.8), аргумент $\vec{r}$ теперь входит только в пространственную часть, но не во временную.

Обозначим

$$t' = t - \frac{R}{c}, \tag{13.12}$$

тогда выражение (13.11) примет вид:

$$\vec{A}(\vec{R}, t) = \frac{1}{Rc} \iiint \ \vec{j}\,(\vec{r}, t')\, d^3 r.$$

Условие (13.10) называется **условием дипольного приближения**. Его можно записать в разных формах.

Из (13.10) видно, что

$$a \ll \frac{cT}{2\pi}. \tag{13.13}$$

Если T — период колебаний заряда, то

$$\lambda = cT$$

не что иное, как длина волны. В этом случае выражение (13.13) примет вид:

$$a \ll |, \qquad | = \frac{\lambda}{2\pi}. \tag{13.14}$$

Пусть есть некоторая волна

$$e^{(-i\omega t + i\vec{k}\vec{r})}.$$

Тогда при $|\vec{r}| = l$:

$$k\lambda = 2\pi \quad \Rightarrow \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} \quad \Rightarrow \quad \lambda\!\!\!- = \frac{1}{k}.$$

В этом случае условие дипольного приближения (13.14) примет вид:

$$ka \ll 1. \tag{13.15}$$

Если период изменения равен T, а характерный размер системы a, то скорость системы, согласно (13.13)

$$v \simeq \frac{a}{\frac{T}{2\pi}} \quad \Rightarrow \quad v \ll c. \tag{13.16}$$

Выражение (13.16) также является одним из видов условия дипольного приближения.

Таким образом, если скорость всех частиц в системе значительно меньше скорости света, то выполняются все вышеперечисленные условия (13.10), (13.13) – (13.15).

Условие (13.10) с физической точки зрения означает, что время прохождения сигнала через систему значительно меньше периода изменения величин зарядов и токов. Следовательно, можно считать, что в точку наблюдения волна от всех зарядов приходит одновременно.

Удобно переписать выражение (13.11) в виде суммы по частицам, учитывая, что $\vec{j}\,d^3r = e_a\vec{v}_a$:

$$\vec{A}(\vec{R}, t) = \frac{1}{cR}\sum_a e_a\vec{v}_a(t') = \frac{1}{cR}\dot{\vec{d}}(t') = \frac{\dot{\vec{d}}(t')}{R\cdot c}, \tag{13.17}$$

где $\dot{\vec{d}}(t')$ — производная дипольного момента в момент времени t'.

Поскольку $\vec{H} = \operatorname{rot}\vec{A}$, согласно (13.17), получим:

$$\vec{H} = \left[\vec{\nabla}, \frac{\dot{\vec{d}}(t')}{R\cdot c}\right].$$

При дифференцировании надо помнить, что, согласно (13.12), t' зависит от R. В этом случае напряженность магнитного поля примет следующий вид:

$$\vec{H} = \left[\vec{\nabla}, \frac{\dot{\vec{d}}(t')}{R\cdot c}\right] = \frac{1}{c}\left[\frac{-\vec{R}}{R^3}, \dot{\vec{d}}(t')\right] + \frac{1}{Rc}\left[-\frac{\vec{n}}{c}, \ddot{\vec{d}}(t')\right],$$

поскольку $\vec{\nabla}R = \vec{n}$, где $\vec{n}$ — единичный вектор.

Окончательно это выражение примет вид:

$$\vec{H} = \frac{1}{c}\left[-\frac{\vec{n}}{R^2}, \dot{\vec{d}}\right] + \frac{1}{Rc^2}[\ddot{\vec{d}}, \vec{n}]. \tag{13.18}$$

Выражение для напряженности электрического поля на лекции вычислять не будем, запишем только окончательное выражение:

$$\vec{E}(\vec{R}, t) = \text{const} + \frac{3(\vec{d}\vec{n})\vec{n} - \vec{d}}{R^3} + \frac{3(\dot{\vec{d}}\vec{n}) - \dot{\vec{d}}}{cR^2} + \frac{1}{c^2R}[[\ddot{\vec{d}}, \vec{n}], \vec{n}], \tag{13.19}$$

где, как и в случае с магнитным полем, дипольный момент $\vec{d} = \vec{d}(t')$.

В классическом случае напряженность электрического поля падает пропорционально $1/R^2$, однако в выражении (13.19) последнее слагаемое падает медленнее — пропорционально $1/R$. Для напряженности магнитного поля (13.18), очевидно, ситуация аналогичная.

Пусть

$$\omega \frac{R}{c} \ll 1. \tag{13.20}$$

Пока что на систему были наложены следующие ограничения:

1. Расстояние R много больше размеров системы $R \gg a$;

2. Длина волны много больше характерного размера системы $| \gg a$.

Найдем соотношение между R и $|$. Из (13.20) видно, что

$$R \ll \frac{c}{\omega} = \frac{c}{2\pi\nu} = |.$$

Таким образом, условие (13.20) выполняется, когда $R \ll |$. В этом случае $\dot{\vec{d}}(t')$ можно разложить по малому параметру:

$$\dot{\vec{d}}(t') = \dot{\vec{d}}\left(t - \frac{R}{c}\right) \approx \dot{\vec{d}}(t) - \frac{R}{c}\ddot{\vec{d}}(t).$$

В этом случае первое слагаемое (13.18) примет вид:

$$\frac{1}{c}\left[-\frac{\vec{n}}{R^2}, \dot{\vec{d}}(t')\right] = \frac{1}{c}\left[-\frac{\vec{n}}{R^2}, \dot{\vec{d}}(t)\right] + \frac{1}{Rc^2}[\vec{n}, \ddot{\vec{d}}] \quad \Rightarrow \quad \vec{H}(t) = -\frac{1}{cR^2}[\vec{n}, \dot{\vec{d}}(t)].$$

Таким образом, второе слагаемое в (13.18) сокращается, поэтому на близких расстояниях $R \ll |$ в соотношении (13.18) остается только первый член, причем

$$\dot{\vec{d}}(t') = \dot{\vec{d}}(t),$$

то есть запаздывания нет.

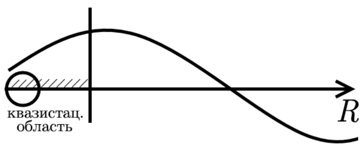

Рис. 13.5

Эта область называется **квазистационарной областью** (см. рис. 13.5). В этой области напряженность магнитного поля (13.18) и напряженность электрического поля (13.19) будут определяться только первыми членами соответствующих выражений, причем $t' = t$, то есть запаздывания нет.

$$\vec{E}(\vec{R}, t) = \text{const} + \frac{3(\vec{d}(t)\vec{n})\vec{n} - \vec{d}(t)}{R^3}$$

На расстояниях, значительно больших длины волны | — в волновой зоне, — в выражениях (13.18) – (13.19) останутся только члены, падающие медленнее всего, то есть пропорционально R^{-1}. В волновой зоне:

$$\begin{cases} \vec{H}(\vec{R},t) = \dfrac{1}{Rc^2}[\ddot{\vec{d}},\vec{n}]; \\ \vec{E}(\vec{R},t) = [\vec{H},\vec{n}], \end{cases} \tag{13.21}$$

как и было получено ранее для волны.

Вычислим поток энергии, испускаемый системой зарядов. На больших расстояниях $\vec{E} \perp \vec{H}$, и направления электрического и магнитного поля перпендикулярны вектору распространения волны, поэтому вектор Умова – Пойнтинга примет следующий вид:

$$\vec{S} = \frac{c}{4\pi}H^2\vec{n}.$$

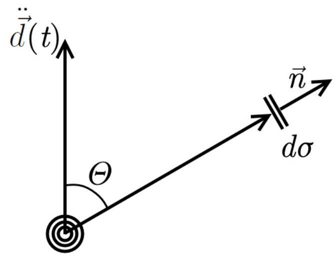

Рис. 13.6

Интенсивность в точке наблюдения (см. рис. 13.6) — энергия, проходящая через площадку $d\sigma$, перпендикулярную единичному вектору $\vec{n}$, согласно (13.21), примет вид:

$$dI = \frac{c}{4\pi}\frac{|\ddot{\vec{d}}|^2}{R^2c^4}\sin^2\theta\,d\sigma,$$

где θ — угол между направлением вектора $\ddot{\vec{d}}$ и направлением $\vec{n}$, в котором определяется интенсивность излучения.

$$\frac{d\sigma}{R^2} = d\Omega,$$

где $d\Omega$ — элемент телесного угла.

Следовательно, выражение для интенсивности излучения примет следующий вид:

$$dI = \frac{|\ddot{\vec{d}}|^2\sin^2\theta}{c^3}\frac{d\Omega}{4\pi}. \tag{13.22}$$

Полную интенсивность легко найти, интегрируя (13.22) по телесному углу.

Среднее значение $\cos^2\theta$ определяется следующим образом:

$$\overline{\cos^2\theta} = \iint \frac{\cos^2\theta\sin\theta\,d\theta\,d\phi}{4\pi} = \frac{1}{3} \quad \Rightarrow$$

$$\Rightarrow \quad \overline{\sin^2\theta} = 1 - \overline{\cos^2\theta} = \frac{2}{3}.$$

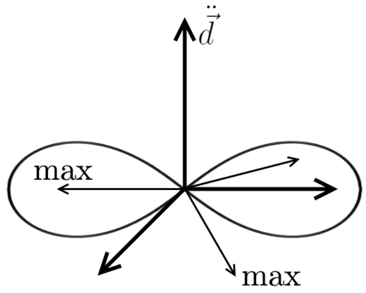

Рис. 13.7

Окончательно, выражение (13.22) примет вид:

$$I = \frac{2}{3}\frac{|\ddot{\vec{d}}|^2}{c^3}. \tag{13.23}$$

Рассмотрим качественные характеристики дипольного излучения, которые являются следствиями выражения (13.22).

Следствия: Угловое распределение. Максимум интенсивности достигается, когда в (13.22)

$$\sin^2\theta = 1 \quad \Rightarrow \quad \theta = \frac{\pi}{2},$$

то есть в направлении, перпендикулярном второй производной дипольного момента (см. рис. 13.7). ■

Следствия: Излучение под углом θ и $\pi - \theta$ одинаково, поскольку

$$sin^2\theta = \sin^2(\pi - \theta) \quad \Rightarrow \quad \theta \leftrightarrow \pi - \theta.$$

Следовательно, полный импульс системы при дипольном излучении сохраняется:

$$\Delta\vec{P} = 0. \tag{13.24}$$

■

Следствия: Вторая производная в (13.22) означает, что излучение будет пропорционально четвертой степени ω:

$$I \sim \omega^4$$

Примеров излучения известно довольно много. Один из наиболее известных — антенна, по которой циркулируют т ольный момент.

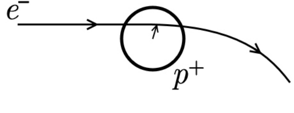

Рис. 13.8

Рентгеновское излучение — пример важного явления, называемого **тормозным излучением**. Если электрон проходит вблизи атомного ядра (см. рис. 13.8), то он испытывает со стороны ядра некоторую силу, поэтому электрон излучает в некотором диапазоне частот.

Дипольный момент:

$$\ddot{\vec{d}} = e\ddot{\vec{r}},$$

а в нерелятивистском случае

$$m\ddot{\vec{r}} = \vec{f}.$$

Следовательно, квадрат второй производной дипольного момента пропорционален:

$$|\ddot{\vec{d}}| \sim \frac{e^2}{m^2}. \tag{13.25}$$

Из формулы (13.25) следует, что излучать при столкновении будут прежде всего легкие частицы — электроны и позитроны.

μ-мезон, масса которого в 200 раз больше массы электрона, будет излучать с интенсивностью почти на 5 порядков меньшей, чем электрон или позитрон. Это явление используется в современных зучении бозона Хиггса.

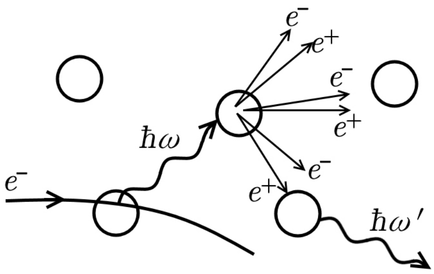

Рис. 13.9

Зависимость (13.25) обусловливает такое атмосферное явление, как **широкие атмосферные ливни** от космических лучей.

Пусть быстрый электрон при столкновении с ядром испускает фотон (см. рис. 13.9). Этот фотон, рассеиваясь на ядрах, может испускать пары e^+, e^-.

Если энергия испускаемых частиц достаточно велика, они могут быть причиной возникновения новых фотонов. Это приводит к образованию лавинообразного процесса. Широкие атмосферные ливни от частиц с энергией

$$\varepsilon \sim 10^{15} - 10^{16} \text{ эВ}$$

занимают площади в несколько десятков квадратных километров.

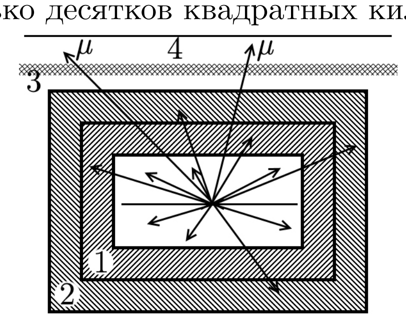

Рис. 13.10

В коллайдерах при столкновении встречных пучков образуется большое количество различных частиц (см. рис. 13.10), поэтому выделить нужные частицы, например электроны, не всегда возможно.

Место столкновения частиц в коллайдерах окружают калориметрами. В калориметре (1) лавина возникает при попадании электронов и гамма-квантов. Адронный калориметр (2) реагирует на попадание тяжелых частиц — адронов.

Вся установка окружена металлической защитой (3). μ-мезоны способны проходить сквозь слой защиты, их регистрируют с помощью детекторов (4).

Некоторые нестабильные частицы, например Z-бозон, распадаются на μ-мезоны:

$$Z \to \mu^+\mu^-.$$

Благодаря этому существует возможность регистрировать частицы, возникающие при столкновении встречных пучков, а затем распадающиеся на μ-мезоны.

3. Магнитное дипольное излучение. Мультипольное излучение

Если в выражениях (13.18), (13.19) дипольный момент по какой-то причине обращается в ноль, это не означает, что излучение отсутствует. Это означает, что нужно учитывать следующие порядки разложения по v/c.

В этом случае начинает проявляться **магнитное дипольное излучение**, интенсивность которого определяется следующим соотношением:

$$I = \frac{2}{3}\frac{|\ddot{\vec{\mu}}|^2}{c^3}.$$

Надо понимать, что в выражение для магнитного момента входит член, пропорциональный c^{-1}, поэтому выражение для интенсивности магнитного момента

$$I \sim \frac{1}{c^5}.$$

Рис. 13.11

Рассмотрим явление, при котором возникает магнитное дипольное излучение. Атом водорода состоит из протона и электрона (см. рис. 13.11).

Спин протона и электрона может быть направлен как одну сторону (верхнее состояние), так и в разные стороны — нижнее состояние.

Состояние (1) немного выше (больше по энергии), поэтому при переходе в нижнее (меньшее по энергии) состояние (2) магнитный момент электрона должен изменяться на противоположный.

В результате этого возникает магнитное излучение.

После Второй мировой войны было обнаружено, что небо излучает в радиодиапазоне, причем существуют отдельные линии.

В частности, было обнаружено излучение с длиной волны $\lambda = 21$ см. Эта линия отвечает переходу из состояния (1) в состояние (2).

При такой длине волны

$$f \sim 10^{10}\ \text{Гц}, \qquad \mu \sim 10^{-20}\ \frac{эрг}{Гс},$$

поэтому время жизни этого излучения составляет

$$\tau \simeq 100 \cdot 10^6\ \text{лет}.$$

Для сравнения, время существования Вселенной составляет около 13,7 млрд. лет.

Магнитное дипольное излучение дает возможность определить количество холодного водорода во Вселенной: если атом водорода находится в основном состоянии, то излучение может возникнуть только из-за перехода из верхнего состояния (1) в нижнее (2).

Лазерная техника позволила измерить разность энергий верхнего и нижнего энергетических уровней с очень большой точностью — до 12 значащих цифр.

Для определенных переходов ядер и дипольный, и магнитный, и квадрупольный момент могут обратиться в ноль. Это не означает, что излучение при переходе отсутствует. В этом случае излучение при переходах называется излучением высоких мультипольностей.

Ядра, которые находятся в состояниях, переход из которых в основное состояние возможен только с излучением высокой мультипольности — изомеры.

Итак, условие дипольного излучения — скорости всех частиц в системе должны быть малы по сравнению со скоростью света.

4. Излучение ультрарелятивистской частицы. Синхротронное излучение

Для отдельной частицы можно рассмотреть **излучение в ультрарелятивистском случае**: для одной частицы всегда можно выбрать такую систему координат, где ее скорость мала по сравнению со скоростью света либо обращается в ноль. Вычислив интенсивность излучения в этой системе координат, всегда можно с помощью преобразований Лоренца вычислить инт абораторной системе координат.

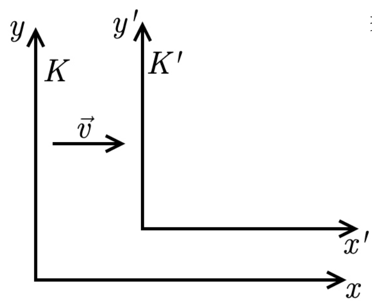

Рис. 13.12

Рассмотрим частицу, движущуюся с релятивистской скоростью $\vec{v}$, направленной вдоль оси x, относительно покоящейся системы K. Свяжем с этой частицей систему K' (см. рис. 13.12).

Пусть за время $\Delta t'$ в системе K' испускается некоторая энергия $\Delta\varepsilon'$. В системе координат K:

$$\Delta t = \frac{\Delta t' + \frac{v}{c^2}\Delta x'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}},$$

где $\Delta x'$ — перемещение частицы в системе, где ее скорость мала по сравнению со скоростью света.

В системе K'

$$\Delta x' = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta t = \frac{\Delta t'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

Преобразование энергии примет вид:

$$\Delta\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon' + \frac{v}{c}\Delta P'_x c}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}.$$

В системе K', в которой рассматривается излучение, полный импульс, согласно (13.24), равен нулю, поэтому

$$\Delta P'_x = 0 \quad \Rightarrow \quad \Delta\varepsilon = \frac{\Delta\varepsilon'}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}$$

Интенсивность излучения, таким образом, одинакова в обеих системах координат:

$$I = \frac{\Delta\varepsilon}{\Delta t} = \frac{\Delta\varepsilon'}{\Delta t'} = I'. \tag{13.26}$$

Рассмотрим **синхротронное излучение** — излучение электронов или позитронов в магнитном поле.

Пусть есть некоторая напряженность магнитного поля $\vec{H}$, вокруг силовой линии которого движется положительно заряженная частица со скоростью

$$v \sim c.$$

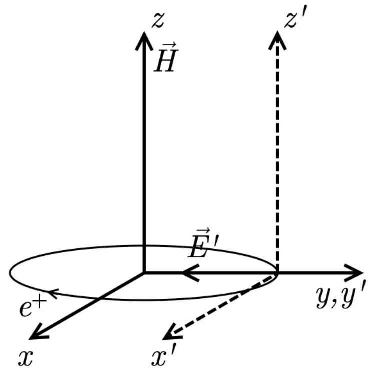

Рис. 13.13

Выберем систему координат K так, чтобы ось z совпадала с направлением магнитного поля $\vec{H}$, а систему K' свяжем с движущейся частицей в момент времени, когда оси y

и y' совпадают, а начало координат системы K' находится в точке пересечения орбиты частицы с осью y (см. рис. 13.13).

Найдем излучение в системе K'. В этой системе частица покоится, а излучение происходит за счет ускорения. Если скорость

$$\vec{v} = 0,$$

значит магнитное поле на частицу не действует.

Следовательно, на эту частицу действует электрическое поле, которое, вследствие преобразования полей, имеет следующий вид:

$$\vec{E}' = \gamma \left[\vec{H}, \frac{\vec{v}}{c}\right], \tag{13.27}$$

где $\vec{H}, \vec{v}$ — соответственно напряженность магнитного поля и скорость частицы в системе K.

Из выражения (13.27) очевидно, что $\vec{E}'$ направлено против оси y. Эта напряженность поля является источником действующего в системе K' центростремительного ускорения.

В нашем случае в системе K':

$$m\ddot{\vec{r}}' = e\vec{E}'.$$

Умножив обе части этого выражения на e/m, получим в левой части вторую производную дипольного момента $\ddot{\vec{d}}'$. Только y-компонента этого дипольного момента будет отлична от нуля, поэтому, согласно (13.27)

$$(e\ddot{\vec{r}}')_y == (\ddot{\vec{d}}')_y = \frac{e^2}{m}\vec{E}'_y = -\frac{e^2}{m}\frac{1}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}}\frac{Hv}{c} = -\frac{e^2}{m^2c}H\frac{mv}{\sqrt{1-\frac{v^2}{c^2}}} = -\frac{e^2}{m^2c}HP_\perp.$$

В этом случае, согласно (13.23), (13.27), полная интенсивность синхротронного излучения примет вид

$$I' = \frac{2}{3c^3}\frac{e^4}{m^4c^2}H^2P_\perp^2 = \frac{2}{3}r_0^2\left(\frac{P_\perp}{mc}\right)^2 H^2c = I,$$

где

$$r_0 = \frac{e^2}{mc^2}.$$

Радиус r_0 — полученный на прошлой лекции классический радиус электрона.

Излучение называется синхротронным, поскольку возникает в кольцевых ускорителях. Это излучение ограничивает достижение в кольцевых ускорителях больших энергий — максимум энергии, который удалось передать каждому из встречных пучков на кольцевом ускорителе составляет около 100 ГэВ. Для достижения больших энергий необходимо пользоваться линейными ускорителями.

Если в каждом пучке кольцевого ускорителя содержится $10^{12} - 10^{13}$ частиц, то интенсивность синхротронного излучения в релятивистской области достигает 10 МВт.